

Modele zmienności w kalkulacjach Value at Risk – ocena i dobór modelu

Wstęp

Do kwantyfikacji ryzyka służą tzw. miary ryzyka. Najczęściej w praktyce wykorzystywane są [Marcinkowska, 2009, s. 36-38]:

1. Miary wrażliwości, które mierzą wrażliwość wartości instrumentu na zmiany określonego parametru, np. duration dla obligacji, współczynnik beta dla akcji, litery greckie dla opcji.
2. Miary zmienności, które mierzą rozproszenie rozkładu stóp zwrotu, np. odchylenie standardowe stóp zwrotu, prosta kwadratowa średnia ruchoma, modele EWMA, modele GARCH.
3. Miary zagrożenia, które traktują ryzyko jako możliwość wystąpienia zdarzenia powodującego stratę; np. semiodchylenie standardowe, poziom bezpieczeństwa, prawdopodobieństwo nieosiągnięcia poziomu aspiracji oraz wartość narażona na ryzyko lub zagrożona.

Definiowanie ryzyka, jako możliwości wystąpienia straty, zgodnie jest z intuicyjnym rozumieniem ryzyka i do takiej definicji odnoszą się miary zagrożenia. Największą popularność zdobyła koncepcja wartości zagrożonej (ang. Value at Risk, VaR). Wartość narażona na ryzyko w większości przypadków bazuje na zmienności mierzonej odchyleniem standardowym, jednak wyniki tej metody pomiaru ryzyka mają dużą wyższą użyteczność, gdyż umożliwiają ustanawianie limitów ryzyka, zarządzanie poziomem zabezpieczeń, kapitału oraz płynności.

Celem artykułu jest prezentacja modeli zmienności, jakie mogą być wykorzystywane w praktyce do szacowania wartości narażonej na ryzyko, ich ocena w kontekście odwzorowywania zmian w szeregach czasowych aktywów finansowych oraz określenie możliwości ich zastosowania w zarządzaniu finansowym. W tym celu zastosowano metodę analizy treści dostępnej literatury przedmiotu oraz weryfikację prezentowanych modeli na bazie danych empirycznych i ocenę wyników.

* Dr, Katedra Finansów i Rachunkowości MSP, Wydział Ekonomiczno-Socjologiczny, Uniwersytet Łódzki, dariusz.letkowski@uni.lodz.pl, ul. Rewolucji 1905r. nr 39, 90-214 Łódź, (42) 635-51-89

1. Koncepcja VaR

Opracowana przez amerykański bank inwestycyjny J.P. Morgan metoda RiskMetrics stała się punktem wyjścia dla rekomendacji proponowanych przez władze międzynarodowe - Komitet Bazylejski¹ i Komisję Europejską² - dotyczących pomiaru i zarządzania ryzykiem rynkowym. Krajowe władze nadzorcze implementują obecnie przyjęte rozwiązania, co sprzyja osiągnięciu jednolitości pomiaru ryzyka.³

Metoda wartości zagrożonej służy szacowaniu ryzyka rynkowego, jako straty na utrzymywanych instrumentach bazowych. VaR obliczana jest na podstawie modelu statystycznego o parametrach szacowanych na podstawie historycznych zmian wartości. Przekroczenie VaR w ustalonym okresie prognozy może wystąpić z prawdopodobieństwem równym założonemu poziomowi istotności. Value at Risk to maksymalna oczekiwana wielkość straty rynkowej (np. wartości instrumentu, portfela czy całej instytucji), która może wystąpić w normalnych warunkach rynkowych, a prawdopodobieństwo jej wystąpienia lub przekroczenia w określonym przedziale czasowym jest równe zadanemu poziomowi istotności. W sposób formalny VaR można zapisać następująco [Jajuga, 2009, s. 99]:

$$(W \leq W_0 - VaR) = \alpha \quad (1)$$

gdzie:

P - prawdopodobieństwo;

W_0 - wartość początkowa (rynkowa) instrumentu/portfela;

W - wartość na koniec okresu prognozy odpowiadająca zadanemu prawdopodobieństwu (zmienna losowa);

VaR - maksymalna zmiana (strata), która może wystąpić przy danym poziomie ufności;

α - poziom istotności (poziom tolerancji, określający niskie, bliskie zera prawdopodobieństwo).

W przypadku estymacji VaR istotne jest zbadanie charakteru rozkładu zmian wartości aktywa. Badanie rozkładu zmiennej losowej (zmian ceny aktywa finansowego) pozwala określić prawdopodobieństwo wystąpienia wartości w określonym przedziale prawdopodobieństwa. Najczęściej w praktyce, obliczenia VaR przeprowadzane są za

¹ Rekomendacje odnoszą się głównie do pomiaru ryzyka rynkowego za pomocą modeli wewnętrznych opartych na metodologii VaR [Basel Committee..., 1996], [Basel Committee..., 2003], [Basel Committee..., 2006, s. 209-212].

² Regulacje europejskie bazują na wytycznych Komitetu Bazylejskiego. [Dyrektywa 2000/49/EC, 2006, s. 239-242]; [Dyrektywa 2000/48/EC, 2006, s. 121-122].

³ W Polsce znajduje to wyraz w treści Uchwały nr 4 KNB [Uchwała nr 4/2004 KNB, 2004, Załącznik Nr 12].

pomocą metody wariancji-kowariancji, która bazuje na założeniu, że procentowe zmiany cen aktywów finansowych mają rozkład normalny lub do niego zbliżony.⁴ W rzeczywistości rozkłady empiryczne zmian cen aktywów finansowych często nie odpowiadają rozkładowi normalnemu.⁵ W praktyce, większość zmian cen oscyluje wokół wartości oczekiwanej, ale występują jednak częściej (niż w rozkładzie normalnym) zmiany ekstremalne.⁶ Zmiany te tworzą „grube ogony” rozkładu, wpływają na zwiększenie zmienności i są ujmowane w VaR, ale w sposób nieadekwatny i opóźniony w stosunku do danych empirycznych. Jednocześnie ich występowanie wpływa na zmniejszenie stabilności miar zmienności i VaR, co jest niekorzystne w normalnych warunkach rynkowych. Stąd konieczność uzupełnienia wyników modeli VaR o analizę testowania napięć.⁷ Przyjęcie założenia o rozkładzie normalnym zmian wartości ułatwia jednak kwantyfikację parametrów modelu oraz znacznie zmniejsza koszty pomiaru ryzyka.

Analiza ryzyka prowadzona jest często dla rozkładu zmian stóp dochodowości lub wartości instrumentu. Jeśli rozkład zmian badanego parametru wyceny jest normalny, wówczas do oszacowania VaR niezbędne jest oszacowanie jego parametrów: średniej (μ) i odchylenia standardowego (σ). Dodatkowo, w sytuacji krótkiego okresu prognozy (jeden lub kilka dni) można założyć, że średnia rozkładu przyjmuje wartość równą zero. Wówczas wartość zagrożona określana jest równaniem [Iwanicz-Drozdowska, 2005, s. 180]:

⁴ W metodzie symulacji historycznej VaR jest odczytywana z uporządkowanego rosnąco szeregu zmian empirycznych (brak założenia, co do rozkładu zmian cen). Natomiast w metodzie Monte-Carlo określa się model kształtowania cen na podstawie danych historycznych, następnie generuje się tym modelem zbiór obserwacji zmian pod wpływem określonych czynników ryzyka, w konsekwencji otrzymując rozkład zmian wartości instrumentu finansowego. Wartość VaR odczytywana jest bezpośrednio z rozkładu (dla określonego kwantyla). [Marcinkowska, 2009, s. 42-43].

⁵ Zwroty z aktywów mają często rozkład logarytmiczno-normalny (czyli logarytmy stóp zwrotu z aktywów mają rozkład normalny), ale nie wpływa to zasadniczo na precyzję szacunków dla krótkich (np. dziennych) okresów przetrzymania i przy założeniu, że zmienność rynku nie jest wysoka. [Best, 2000, s. 84-93].

⁶ Metody szacowania ryzyka dla zmian ekstremalnych omawia K. Jajuga. [Jajuga, 2001].

⁷ Szerzej zagadnienie omawia A. Kulik [Kulik, 2000]. Wskazówki, wynikające z ostatniego kryzysu płynności, odnośnie przeprowadzania testów napięć zostały określone w publikacji Komitetu Bazylejskiego [Basel Committee..., 2009].

$$VaR = c \times \sigma \times R \quad (2)$$

gdzie:

c - stała, zależna od prawdopodobieństwa, np. przy poziomie ufności równym 0,95

$c = 1,65$, przy poziomie ufności 0,99 $c = 2,33$;

σ - miara zmienności (np. odchylenie standardowe);

R - rynkowa rentowność instrumentu.

W przypadku pomiaru ryzyka kursu walutowego do wyznaczenia VaR niezbędna jest znajomość wartości początkowej (bieżącej, rynkowej) ekspozycji uzależnionej od kursu waluty obcej wyrażona w walucie pomiaru ryzyka oraz oczekiwanej zmienności kursu walutowego (stała jest dana, gdyż wynika z zakładanego poziomu istotności).

Przykład. Inwestor posiada należność euro o wartości 1 mln PLN. Zmienność historyczna kursu euro dla jednego dnia wynosi 0,87%. Należy oszacować poziom jednodniowej VaR, zakładając 99%-owy poziom ufności. $VaR = 1.000.000 \times 2,33 \times 0,87\% = 20.271$ PLN. Zgodnie z definicją VaR, zmiana aktualnej wartości inwestycji z prawdopodobieństwem 99% nie powinna przekroczyć 20.271 PLN. Zmiana parametrów wyceny, spowodowałaby zmianę wartości wynikowej VaR. Wartość zagrożona jest tym wyższa im dłuższy jest horyzont czasowy prognozowanej straty oraz im niższy jest poziom istotności (wraz ze wzrostem ufności model wskazuje coraz wyższe odchylenie od wartości oczekiwanej).

Wartość maksymalnej straty liczonej modelem VaR określana jest z pewnym prawdopodobieństwem, które wyraża poziom ufności. Poziom ufności określa pewność, z jaką dokonywana jest estymacja statystyczna i równa się $(1-\alpha)$. Poziom ufności wynika zatem z parametru α , zwanego poziomem tolerancji, który z kolei określa prawdopodobieństwo wystąpienia wyjątków. Zakładając poziom tolerancji 1%, z prawdopodobieństwem 99% możemy oczekiwać, że obliczona maksymalna strata (VaR) nie zostanie przekroczona.⁸ Wielkość przyjętego poziomu ufności powinna zależeć od celu obliczeń VaR. Jeżeli VaR ma służyć porównaniu ryzyka różnych instrumentów, poziom ufności powinien być oczywiście stały w analizie, ale jego wartość nie jest istotna. Najwyższy poziom ufności zalecany jest w przypadku wyznaczania zabezpieczenia kapitałowego lub płynności.

⁸ Reguła 3-sigm wskazuje, że w przypadku rozkładu normalnego zmiennej losowej, około 68% obserwacji (odchyłeń od średniej) znajduje się w przedziale $\pm \delta$ (jedno odchylenie standardowe), 95% w granicach $\pm 2\delta$ oraz 99,7% w granicach $\pm 3\delta$. Stąd, każdemu poziomowi ufności odpowiada określona wielokrotność odchylenia standardowego.

Innym parametrem modelu VaR jest okres przetrzymania to znaczy przedział czasu, dla którego oblicza się potencjalną stratę VaR na pojedynczej pozycji lub portfelu aktywów. Okres przetrzymania determinuje poziom VaR, tzn. im dłuższy okres przetrzymania, tym wyższy poziom VaR kalkulowany przez model. Instytucje finansowe zarządzają portfelami w sposób dynamiczny i zainteresowane są informacją o potencjalnych stratach w okresie 1 dnia. W tym przypadku zmiany wartości portfela i VaR wyznaczone są codziennie, co zapewnia lepszy monitoring ekspozycji i dostosowanie zabezpieczeń.

2. Modele zmienności

Z przeprowadzonych obliczeń oraz definicji VaR wynika, że podstawowym parametrem modelu VaR jest zmienność. Kluczowym zagadnieniem jest więc określenie zwrotu z aktywa finansowego oraz modelu jego zmienności. Wyróżnia się dwie podstawowe metody określania zmienności [Marcinkowska, 2009, s. 38]: model bazujący na danych historycznych (problem liczebności próbki obserwacji oraz doboru modelu aproksymującego zmienność w szeregu empirycznym) oraz model zmienności implikowanej (występują problemy z doбором modelu, a generowane wyniki są nieprzejrzyste i sprawdzają się głównie dla bardzo rozwiniętych rynków). Wartość oczekiwana w rozkładzie zmian wartości równa się oczekiwanej zmianie wartości aktywa finansowego. Zakładając, że wartość aktywa w okresie roku wzrośnie o 12%, przy 250 dniach roboczych, dzienny zwrot wyniesie 0,048%. Zakładając, że roczna zmienność zwrotu wynosi 20%, przy 250 dniach roboczych, dzienny zwrot wyniesie 1,265%.⁹ Dzienna zmienność jest zdecydowanie wyższa niż dzienny zwrot - można przyjąć, że dla okresu dziennego średnia wynosi zero, a zmienność określa ryzyko zmiany wartości. Dodatkowo, z właściwości rozkładu normalnego wynika, dla poziomu ufności 95%, że 95% zwrotów nie będzie się odchyliło poza wartość $1,65 \times \delta$. Stąd, VaR pojedynczej pozycji wynika z iloczynu wartości aktywa i jego zstandaryzowanej zmienności.

⁹ Zwrot i zmienność można wyznaczyć dla dowolnej liczby informacji. Można je także skalować na dłuższe okresy. Dla zwrotu i zmienności, odpowiednio mnożymy wartość dla okresu jednodniowego przez ilość dni, a w drugim mnożymy dzienną zmienność przez pierwiastek kwadratowy z czasu. Zarówno, wartość oczekiwana jak i zmienność zwrotu nie rośnie jednak do nieskończoności, co wynika z cykliczności zmian cen aktywów finansowych (koniunktury) i zjawiska powrotu do średniej (pewnej oczekiwanej wartości w długim okresie).

Modele zmienności determinują sposób, w jaki model VaR reaguje na zmiany w szeregu czasowym zmian cen aktywów finansowych. Zrozumienie zachowania modeli zmienności w odpowiedzi na zmiany w szeregu historycznym pozwala na dobór właściwych modeli zmienności, co stanowi o precyzji szacowanych modelami VaR oczekiwanych strat (pomiaru ryzyka). Do najczęściej stosowanych modeli zmienności należą opisane poniżej.

2.1. Odchylenie standardowe

Odchylenie standardowe jest miarą dyspersji rozkładu. Nieobciążony estymator odchylenia standardowego mierzy przeciętne kwadratowe odchylenie od średniej [Jajuga, 2005, s. 103]:

$$s = \sqrt{\sum_{t=1}^n (R_t - R)^2 / (n - 1)} \quad (3)$$

gdzie:

R_t - procentowy zmiany ceny aktywa finansowego (wartości historyczne);

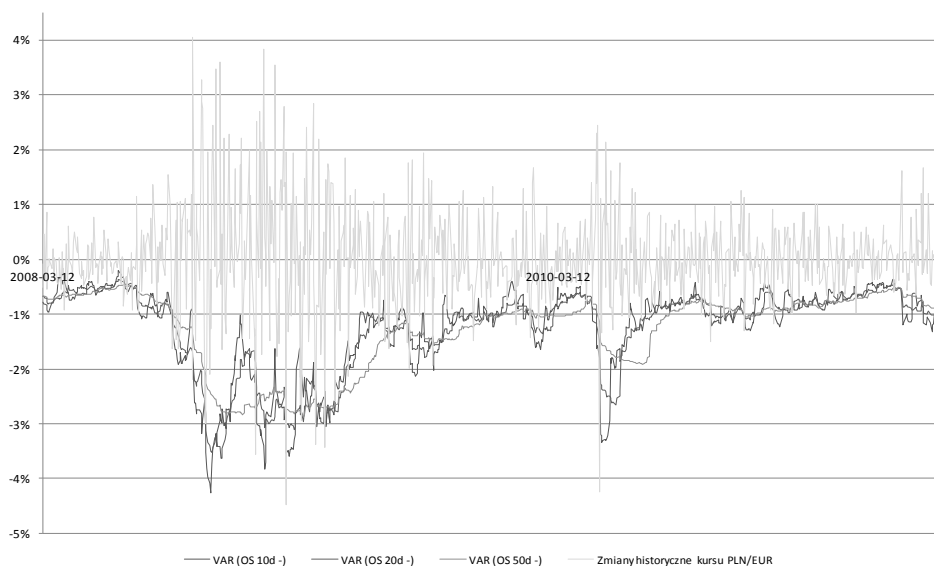
R - wartość średnia z szeregu historycznego procentowych zmian cen;

n - liczba procentowych zmian cen (lub próbek z określonych ruchomych lub niezależnych okresów pomiaru zmienności, np. zmienność dla 10 dni).

Zmienność mierzona odchyleniem standardowym zwiększa się znacznie po znacznej zmianie kursu (zobacz rysunek 1) i utrzymuje przez pewien okres czasu na nowym poziomie (wynika to z formuły tej miary, która mierzy przeciętne kwadraty odchyłeń od średniej). Oznacza to, że zmienność mierzona odchyleniem standardowym jest zaburzana przez ekstremalne zmiany cen w szeregach czasowych danych empirycznych. Wiąże się z tym również zjawisko stopniowego i opóźnionego powrotu do zmian określanych jako normalne dla danego parametru cenowego. Ogólnie można powiedzieć, że odchylenie standardowe i VaR w oparciu o tę miarę zmienności kalkulowany, reaguje na zmiany zmienności rynku i utrzymuje się na poziomie zbliżonym do średnich (nie maksymalnych) w danym okresie zmian w szeregu empirycznym (w danym okresie zmienności).

Widać wyraźnie (zobacz rysunek 1), że zmienność mierzona odchyleniem standardowym dostosowuje się do zmian w szeregu danych historycznych, jednak poziom dopasowania uzależniony jest ilości obserwacji wykorzystywanych do wyprowadzenia zmienności. Dolne pasma wahań obrazują poziom VaR wynikający ze zmienności określonej na podstawie zmian dziennych kursu dla 10, 20 i 50 dni, w każdym przypadku na poziomie ufności 95% (odchylenie standardowe mierzone w sposób kroczący).

Rysunek 1. Zmiany kursu PLN/EUR oraz pasmo VaR (odchylenie standardowe)



Źródło: Opracowanie własne.

W przypadku zmian kursu PLN/EUR, zmienność rynkowa najlepiej opisywana jest przez odchylenie standardowe obliczone w oparciu o dzienne zmiany kursu z okresu 10 dni. Wydłużenie ilości obserwacji w próbce zmienności powoduje (wraz ze wzrostem długości czasu próbek) spłaszczenie pasma VaR. Inaczej mówiąc, VaR mierzony odchyleniem standardowym obliczonym z dłuższego okresu słabiej reaguje na zmiany rynkowe i pozostaje stabilny na poziomie pewnego długoterminowego poziomu zmienności.

2.2. Prosta kwadratowa średnia ruchoma

Prosta kwadratowa średnia ruchoma daje podobny pomiar zmienności i podobne zachowanie zmienności w reakcji na zmiany w szeregu historycznym zmian rynkowych, jak ma to miejsce w przypadku odchylenia standardowego. Równanie prostej kwadratowej średniej ruchomej ma następującą postać:

$$\delta = \sqrt{\sum_{t=1}^n (R_t)^2 / n} \quad (4)$$

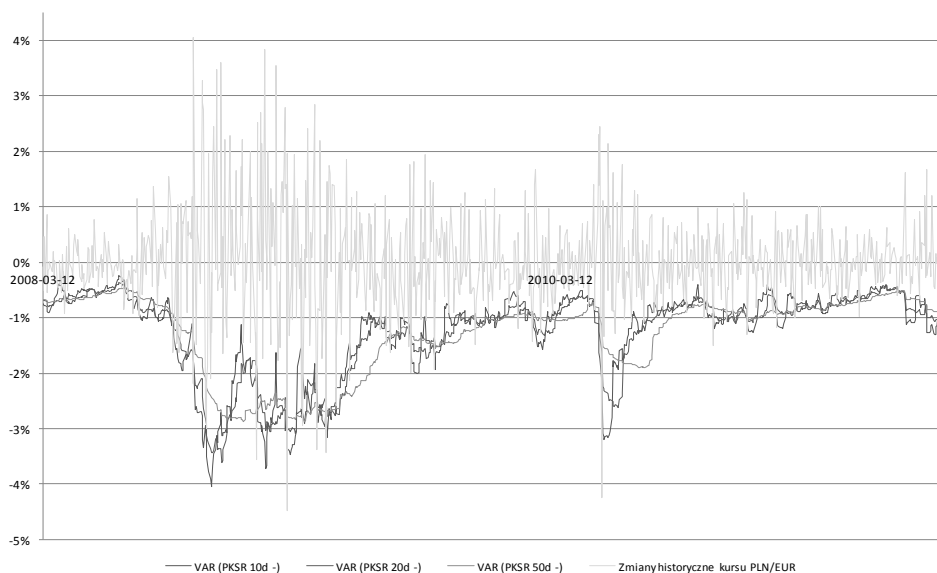
gdzie:

R - procentowe zmiany ceny aktywa finansowego (kursu walutowego) dla określonego okresu, np. 1 dnia ($t=1$ oznacza zmianę w poprzednim dniu);

n - liczba dni (lub próbek), dla których mierzona jest średnia zmienność (z określonych ruchomych lub niezależnych okresów zmian, np. zmienność dla 10 dni).

Ogólnie, im krótszy okres, z którego obliczana jest zmienność (okres próbki), tym miara szybciej reaguje na zmiany w szeregu czasowym obserwacji. Ponadto, im dłuższy okres obserwacji wykorzystywany do pomiaru zmienności, tym większy efekt wygładzania zmienności rynkowej, co zapewnia bardziej stabilny poziom miary zmienności. Z drugiej jednak strony, taka kalibracja modelu zmienności powoduje, że model nie dostosowuje się elastycznie do zmian w szeregu danych empirycznych. Oznacza to, że prosta kwadratowa średnia ruchoma może prowadzić do niedoszacowywania okresowych krótkoterminowych zmian cen, co jest niezwykle istotne w przypadku szokowych zmian na rynku. Wpływa to oczywiście na wyniki estymacji wartości zagrożonej. W przypadku, gdy wartość narażona na ryzyko wykorzystywana jest jako podstawa wyznaczania limitów na ryzyko lub zabezpieczenia płynności czy zarządzania zabezpieczeniami, zmienność powinna być wprowadzana z mniejszej ilości danych (krótszego okresu zmienności).

Rysunek 2. Zmiany kursu PLN/EUR oraz pasmo VaR (prosta kwadratowa średnia ruchoma)



Źródło: Opracowanie własne.

Dolne pasma wahań (zobacz rysunek 2) obrazują poziom VaR wynikający ze zmienności (mierzonej prostą kwadratową średnią ruchomą) określonej na podstawie zmian dziennych kursu z okresu 10, 20 i 50 dni, w każdym przypadku na poziomie ufności 95%.

W przypadku, gdy wartość narażona na ryzyko wykorzystywana jest jako podstawa wyznaczania limitów na ryzyko lub zabezpieczenia płynności czy zarządzania zabezpieczeniami, zmienność powinna być wyprowadzana z mniejszej ilości danych (krótszego okresu zmienności).

2.3. GARCH i EWMA

W praktyce rynków finansowych ceny aktywów stale się zmieniają, co powoduje, że zmienność ma charakter niestacjonarny. Dane z rynków finansowych wskazują, że po okresach niskiej zmienności, występują okresy o wysokiej zmienności, co określa się mianem „grupowania zmienności”¹⁰.

W rzeczywistości, dla większości aktywów, w obrębie grupy zmienności obserwowane jest, że po dużej zmianie ceny następuje najczęściej zbliżona zmiana, co świadczy o występowaniu autokorelacji zwrotów. Opisanie wcześniej metody nadawały taką samą wagę zwrotom z różnych okresów, a przybliżenie bieżącej zmienności rynku możliwe było jedynie poprzez skrócenie okresu obserwacji. Występowanie autokorelacji, oznacza, że zwroty z ostatnich okresów mają większe znaczenie dla prawidłowego określania bieżącej zmienności, niż zwroty wcześniejsze. Modele klasy GARCH nadają wyższą wagę zwrotom z ostatnich okresów.

Metoda uogólniona autoregresyjna i warunkowo heteroskedastyczna (ang. Generalised Autoregressive Conditional Heteroskedastic, GARCH) i jej odmiana, wykładniczo ważona średnia ruchoma zmienności (ang. Exponentially Weighted Moving Average, EWMA), nie przyjmują założenia o stałej zmienności. Równanie dla podstawowego modelu GARCH (1,1) ma następującą postać [Bollerslev, 1986, s. 307-328]:

$$\delta_t = \sqrt{\omega + \beta\delta_{t-1}^2 + \alpha R_{t-1}^2} \quad (5)$$

gdzie:

δ_{t-1} - zmienność dla poprzedniego dnia;

α, β, ω - parametry szacowane;

$\alpha + \beta$ - „poświęta”; nie mogą być większe od 1.

¹⁰ Jest to zjawisko naturalne, związane z psychologią inwestowania. Dodatkowo, zjawisko to wzmacnia funkcjonowanie systemów automatycznej realizacji zleceń, np. zleceń typu stop-loss. Informacje ekonomiczne są natychmiast dyskontowane w cenach aktywów, ale nie wszyscy jednocześnie otrzymują informacje i nie od razu podejmują identyczne decyzje, co powoduje, że część decyzji jest opóźniona w stosunku do pierwszego impulsu (narusza to zasadę efektywności rynków i braku asymetrii informacji, ale tak jest w praktyce).

Równanie modelu EWMA dla zmienności ważonej wykładniczo:

$$\delta = \sqrt{\lambda \delta_{t-1}^2 + (1 - \lambda) R_{t-1}^2} \quad (6)$$

gdzie:

λ - czynnik starzenia się informacji; określa wagę dla ostatnich obserwacji oraz szybkość, z jaką miara zmienności dostosowuje się do zmian empirycznych; im niższy, tym wyższa waga ostatnich zmian i tym szybciej miara zmienności dostosowuje się do zmian w szeregu czasowym; najczęściej stosowane są wagi λ równe 0,94 i 0,97 odpowiednio dla ostatnich 50 i 100 dni, co zapewnia efektywny pomiar zmienności;

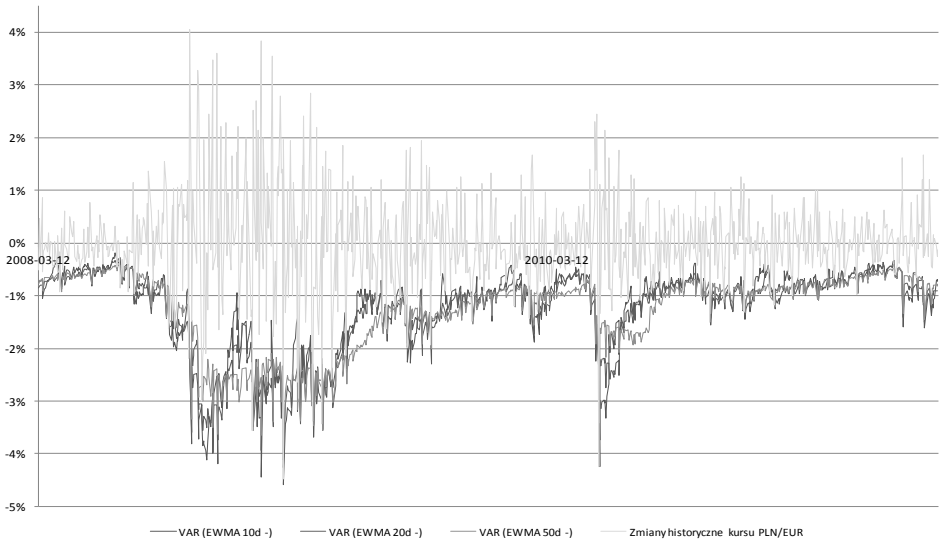
n - liczba dni wykorzystywana do wyprowadzenia zmienności;

μ - wartość przeciętna w rozkładzie; zazwyczaj przyjmuje się zero dla dziennego VaR.

Parametr β w modelu GARCH odpowiada czynnikowi starzenia się informacji λ w modelu EWMA, natomiast odpowiednio α odpowiada elementowi $(1 - \lambda)$. Stąd, EWMA jest szczególnym przypadkiem modelu GARCH, w którym „poświęca” równa się 1, a $\omega = 0$. Model zmienności EWMA szybciej reaguje na zmiany trendu od wcześniej opisanych modeli zmienności (opisujących zmienność stacjonarną).

Zasadnicze znaczenie dla modelu EWMA ma wybór współczynnika λ . J.P. Morgan stosuje czynnik starzenia się informacji 0,94 dla dziennych wskaźników zmienności oraz czynnik 0,97 dla miesięcznych wskaźników zmienności.

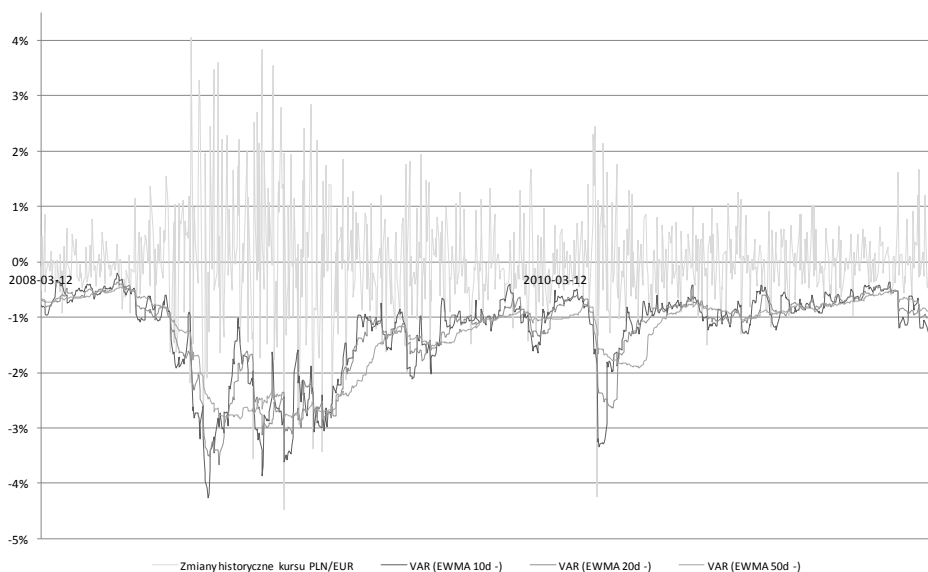
Rysunek 3. Zmiany kursu PLN/EUR oraz pasmo VaR (model EWMA, $\lambda=0,80$)



Źródło: Opracowanie własne.

Rysunki 3 i 4 obrazują, że wyższy poziom λ pozwala uzyskać średnią zmienność z dłuższego okresu i odpowiednio niższy wskaźnik λ pozwala przybliżyć zmienność dla krótszych okresów, np. jednodniowych - miara zmienności uwzględnia znaczne i szybkie starzenie się informacji, a więc bazuje głównie na ostatnich obserwacjach w szeregu historycznym (miara zmienności wyraźnie odzwierciedla zmiany empirycznych, wskazując jednocześnie wyższy poziom zmienności i ryzyka).

Rysunek 4. Zmiany kursu PLN/EUR oraz pasmo VaR (model EWMA, $\lambda=0,99$)



Źródło: Opracowanie własne.

Ogólnie należy stwierdzić, że EWMA bardzo szybko i dokładnie dopasowuje się do zmian w szeregu czasowym obserwacji historycznych. Modele klasy GARCH wskazują na wyższą średnią zmienność niż modele zmienności stacjonarnej. Dobór parametrów (lub ich estymacja) umożliwia kalibrację modelu i dopasowanie jego zachowania do zmian w szeregu danych empirycznych. W zależności od doboru czasu próbek, z której oblicza się zmienność oraz pozostałych parametrów, można osiągnąć wysoki poziom reakcji na zmiany historyczne – znaczne dopasowanie do wartości ekstremalnych oraz równie szybki powrót do pewnej okresowej lub nawet długoterminowej średniej.

W praktyce, VaR oparty na modelu GARCH może być dostosowany do specyficznych funkcji zarządzania, tzn. wyznaczania limitów ryzyka,

zabezpieczenia kapitałowego oraz zarządzania płynnością i zabezpieczeniami.

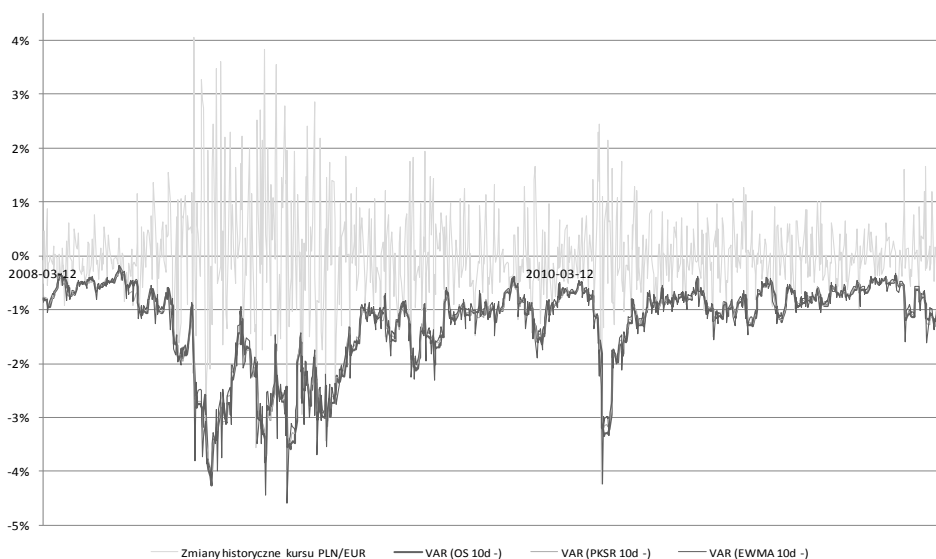
Zakończenie

Wykorzystanie metody VaR w praktyce wzrasta, co jest związane z jej użytecznością w procesie zarządzania ryzykiem finansowym. Wynika to z jej głównych zalet, tzn. możliwości wykorzystania do pomiaru skali ponoszonego ryzyka (rynkowego, kredytowego i operacyjnego), wyznaczania limitów ryzyka, kapitału na pokrycie ryzyka, poziomu zabezpieczeń i płynności. Niewątpliwie istotna jest przejrzystość i łatwość interpretacji wyników estymacji wartości zagrożonej, co umożliwia porównanie ryzyka różnych instrumentów i portfeli instrumentów między instytucjami.

Metoda wartości zagrożonej posiada jednak również szereg ograniczeń [Jaworski, Zawadzka, 2005, s. 653]:

- 1) precyzja szacunków uzależniona od normalnego funkcjonowania rynku oraz płynności portfela;
- 2) wrażliwość wyników na stosowane w kalkulacji parametry;
- 3) założenie o rozkładzie normalnym wartości, co znacznie upraszcza obliczenia parametrów modelu i jego koszty, ale może prowadzić do systematycznego niedoszacowania oczekiwanych strat.

Rysunek 5. Zmiany kursu PLN/EUR oraz pasmo VaR



Źródło: Opracowanie własne.

Zastosowanie modeli wartości zagrożonej w praktyce wiąże się z koniecznością właściwej estymacji parametrów modelu - szacowane wartości VaR zależą głównie od parametrów zmienności i korelacji, a także przyjętego założenia o rozkładzie zmiennej losowej. Przyjmuje się, że parametry te są stałe w czasie, ale w rzeczywistości zmieniają się one wraz ze zmianami sytuacji rynkowej i zachowaniami inwestorów, rynków i instrumentów. Kluczowym problemem jest określenie właściwego modelu zmienności wartości instrumentów dla okresu przetrzymania.

Przeprowadzone kalkulacje wskazują (zobacz rysunek 5), że standardowe miary ryzyka (np. zmienność mierzona odchyleniem standardowym) nie odpowiadają na zmiany sytuacji rynkowej w tak dobrym stopniu jak modele klasy GARCH. Warto jednak wskazać, że kluczowe znaczenie dla pomiaru zmienności i estymacji wartości zagrożonej, ma jednak właściwe określenie czasu, z którego wyprowadzana jest zmienność dla okresu prognozy. W konsekwencji, wybór modelu zmienności powinien być ściśle związany z długością czasu przetrzymania oraz celów kalkulacji VaR. W przypadku limitów ryzyka, zarządzania zabezpieczeniami i płynnością wskazane jest, by model zmienności dynamicznie dostosowywał się do zmian rynkowych (podobnie jak modele zmienności niestacjonarnej klasy GARCH). Natomiast w przypadku wyznaczania kapitału na pokrycie ryzyka, zmienność wynikająca z modelu może w większym stopniu odzwierciedlać pewien lokalny lub średnioterminowy poziom zmienności.

Tablica 1. Rekomendacje odnośnie użyteczności modeli zmienności w zarządzaniu finansowym

Element zarządzania:	Odchylenie standardowe	Prosta kwadratowa średnia ruchoma	Modele klasy GARCH
Płynność	-	-	+
Zabezpieczenia	-	-	+
Ekspozycja ryzyka	+	+	+
Kapitał na pokrycie ryzyka	+	+	+

Źródło: Opracowanie własne.

Można wskazać, że w sytuacji, gdy rynek znajduje się w fazie zaburzeń (obserwowana jest wysoka zmienność rynku i częstsze występowanie zmian ekstremalnych), dla instrumentów finansowych nie po-

winno się przyjmować standardowych błędów, które nie oddają „szokowych” zmian cen. Dodatkowo, wartość VaR powinna być poddawana weryfikacji historycznej i uzupełniona deterministyczną metodą testowania napięć, szczególnie jeśli VaR służy wyznaczaniu limitów ryzyka czy zarządzaniu płynnością. Wyprowadzenie maksymalnych zmian czynników ryzyka w celu określenia VaR dla skrajnych warunków wymaga uwzględnienia ekstremalnych zmian historycznych (najczęściej o niskiej częstotliwości) oraz wiedzy eksperckiej o instrumentach i bieżącej sytuacji rynkowej. W praktyce decyzje muszą być podejmowane w oparciu o kombinację prawdopodobieństwa wystąpienia określonej zmiany czynnika ryzyka oraz subiektywnej wiedzy eksperckiej, co do występujących zagrożeń odnośnie składu oraz parametrów rentowności i ryzyka poszczególnych instrumentów oraz całego portfela.

Literatura

1. *Amendment to Capital Accord to Incorporate Market Risks* (1996), Basel Committee on Banking Supervision, Basel.
2. Best P. (2000), *Wartość narażona na ryzyko. Obliczanie i wdrażanie modelu VaR*, Oficyna Ekonomiczna, Kraków.
3. Bollerslev T. (1986), *Generalised autoregressive conditional heteroskedasticity*, „*Journal of Econometrics*” Vol. 31 (3) 1986.
4. *Dyrektywa 2000/48/EC Parlamentu Europejskiego i Rady z dnia 14 czerwca 2006 r. w sprawie podejmowania i prowadzenia działalności przez instytucje kredytowe*, Dz.U. UE L 177 z dnia 30.06.2006.
5. *Dyrektywa 2000/49/EC Parlamentu Europejskiego i Rady z dnia 14 czerwca 2006 r. w sprawie adekwatności kapitałowej firm inwestycyjnych i instytucji kredytowych*, Dz.U. UE L 177 z dnia 30.06.2006.
6. *International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards. A revised Framework, Comprehensive version* (2006), Basel Committee on Banking Supervision, Basel.
7. Iwanicz-Drozdowska M. (2005), *Zarządzanie finansowe bankiem*, PWE, Warszawa.
8. Jajuga K. (2001), *Podstawy analizy wartości ekstremalnych na rynkach finansowych*, „*Rynek Terminowy*” nr 11.
9. Jajuga K. (2005), *Inwestycje. Instrumenty finansowe. Ryzyko finansowe. Inżynieria finansowa*, WN PWN, Warszawa.
10. Jajuga K. (2009), *Zarządzanie ryzykiem*, WN PWN, Warszawa.

11. Jaworski L.W., Zawadzka Z. (2005), *Bankowość. Podręcznik akademicki*, Poltext, Warszawa.
12. Kulik A. (2000), *Zarządzanie ryzykiem finansowym*, „Rynek terminowy” nr 9.
13. Marcinkowska M. (2009), *Standardy kapitałowe banków. Bazylejska Nowa Umowa Kapitałowa w polskich regulacjach nadzorczych*, Regan Press, Gdańsk.
14. *New Basel Capital Accord* (2003), Basel Committee on Banking Supervision, Basel.
15. *Principles for Sound Stress Testing Practices and Supervision, Consultative Document* (2009), Basel Committee on Banking Supervision.
16. Uchwała nr 4/2004 Komisji Nadzoru Bankowego z dnia 08.09.2004.

Streszczenie

Wykorzystanie modeli wartości zagrożonej (VaR) w praktyce zarządzania finansowego stale rośnie, ze względu na użyteczność odnośnie pomiaru ryzyka finansowego oraz wykorzystania VaR do ustanawiania limitów kapitałowych, płynności, czy zabezpieczeń. Obecne warunki rynkowe cechuje znaczna zmienność parametrów, które determinują wartości wyliczanych modelami VaR wyników. Z definicji VaR wynika, że kluczowe znaczenie dla poprawności wyników modeli VaR ma dobór modeli zmienności. Artykuł opisuje i ocenia cztery modele zmienności: odchylenie standardowe, prostą kwadratową średnią ruchomą, model zmienności GARCH oraz model EWMA. Szczególna uwaga została poświęcona konstrukcji miar zmienności oraz zachowaniu modeli zmienności, tzn. odwzorowywaniu zmian empirycznych przez modele zmienności. Analizy obrazują, że znaczenie ma nie tylko dobór modelu zmienności ale również jego kalibracja, tzn. odpowiednie dobranie okresu, z którego wprowadzana jest zmienność. W konkluzji stwierdzono, że modele VaR zapewniają dostateczny poziom precyzji szacunków ryzyka, pod warunkiem, że wykorzystywane są właściwie skalibrowane modele zmienności w określonym kontekście zarządzania.

Słowa kluczowe

zarządzanie finansowe, ryzyko, VaR, zmienność

Variability Models for Value at Risk estimations – evaluation and selection (Summary)

Value at Risk usage is constantly growing, due to its practical utility: useful measure of market, credit and operation risk, but also provides possibility for efficient risk limits, management of collateral, capital and liquidity posi-

tion. While high volatility of market values and parameters is observed, it seems proper to identify the concept of Value at Risk and parameters which determine VaR evaluation. Value at Risk definition suggests that the key factor is evaluation of the value volatility. The article describe and evaluate four variability models: Standard Deviation, Simple Quadratic Moving Average, Generalised Autoregressive Conditional Heteroskedastic (GARCH), Exponentially Weighted Moving Average (EWMA). The attention is paid to the structure of each method and manner in which measure reflects market volatility behavior. Analysis shows that not only the model of volatility matters, but also calibration of the particular model. In conclusion, VaR provides for satisfying precision of risk measurement, under an assumption that adequate volatility model is used and it's calibration is properly made.

Keywords

financial management, risk, VaR, volatility