

## Miary ryzyka w analizie opcji capped

### Wstęp

Opcja należy do klasy niesymetrycznych instrumentów pochodnych, co oznacza, że jedna ze stron (nabywca) ma prawo a druga (wystawca) obowiązek realizacji umowy [Hull, 2002, s. 193; Tarczyński, 2003, s. 149; Jajuga, 2007, s. 73]. Dla nabywcy kontraktu opcja pełni rolę instrumentu ubezpieczeniowego. Ryzyko nabywcy opcji jest ograniczone do wysokości zapłaconej premii. Z kolei ryzyko wystawcy opcji jest nieograniczone. Konstrukcja funkcji wypłaty opcji capped pozwala na ograniczenie ryzyka wystawcy opcji.

W artykule opisano własności opcji capped: funkcję wypłaty, model wyceny, a przede wszystkim wpływ wybranych czynników na cenę oraz na wartość greckich współczynników, które są miarami wrażliwości ceny opcji. Ilustracja empiryczna zawarta w artykule przedstawiona jest na podstawie symulacji wyceny opcji walutowych wystawionych na EUR/PLN. Celem artykułu jest przedstawienie wpływu wybranych czynników na kształtowanie się wartości miar ryzyka opcji capped.

Niniejsze opracowanie jest fragmentem pracy naukowej finansowanej ze środków na naukę w latach 2010–2013 jako projekt badawczy.

### 1. Funkcja wypłaty i cena opcji capped

Opcja capped jest typem opcji kupna. Oznacza to, że jej nabywca ma prawo zakupu określonego instrumentu bazowego w określonym czasie (czas wykonania) i po określonej cenie (cena wykonania). Wystawca opcji ma obowiązek wykonania kontraktu, o ile opcja będzie realizowana. W przypadku opcji capped w dniu zawarcia umowy wyznaczony jest górny poziom (tzw. pułap) ceny instrumentu bazowego, który jest przyjmowany w rozliczeniu opcji. Funkcja wypłaty opcji capped przyjmuje postać przedstawioną we wzorze 1 [Zhang, 2001, s. 589].

---

\*Dr, Katedra Ekonometrii i Statystyki, Wydział Nauk Ekonomicznych i Zarządzania, Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu, dziawew@umk.pl, ul. Gagarina 13A, 87-100 Toruń

$$W = \max\{\min[S_T; H] - K; 0\} \quad (1)$$

gdzie:

$S_T$  — cena instrumentu bazowego w chwili  $T$ ,

$T$  — termin wygaśnięcia opcji,

$K$  — cena wykonania opcji,

$H$  — wyznaczony w dniu zawarcia umowy maksymalny poziom (pułap) ceny instrumentu bazowego przyjmowany w rozliczeniu opcji. Z równania 1 wynika, że w dniu wykonania wypłata z opcji capped równa jest:

- zero, jeśli cena instrumentu bazowego jest nie większa od ceny wykonania;
- $S_T - K$ , w przypadku, kiedy cena instrumentu bazowego zawarta jest w przedziale  $(K; H)$ . Wówczas wartości wypłaty z opcji capped i standardowej opcji kupna są równe;
- $H - K$ , w sytuacji, kiedy cena instrumentu bazowego jest nie mniejsza od wyznaczonego poziomu  $H$ .

Ponieważ w rozliczeniu opcji capped uwzględniany jest górny poziom  $H$ , ten rodzaj opcji pozwala ograniczyć ryzyko wystawcy. Potencjalna strata wystawcy jest ograniczona do wysokości wyznaczonego pułapu  $H$ . Cena opcji capped określona jest równaniem:

$$c_t = S_t e^{-q(T-t)} (N(d_1) - N(\bar{d}_1)) - e^{-r(T-t)} (KN(d_2) - HN(\bar{d}_2)) \quad (2)$$

gdzie:

$c_t$  — cena opcji capped w chwili  $t$ ,  $t \in [0; T]$ ,

$S_t$  — cena instrumentu bazowego w chwili  $t$ ,

$N(d)$  — dystrybuanta rozkładu normalnego zmiennej  $d$ ,

$\sigma$  — zmienność ceny instrumentu bazowego,

$r$  — stopa procentowa aktywów wolnych od ryzyka,

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{K}\right) + (r - q + 0,5\sigma^2)(T - t)}{\sigma\sqrt{T - t}}, \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T - t},$$

$$\bar{d}_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{H}\right) + (r - q + 0,5\sigma^2)(T - t)}{\sigma\sqrt{T - t}}, \quad \bar{d}_2 = \bar{d}_1 - \sigma\sqrt{T - t},$$

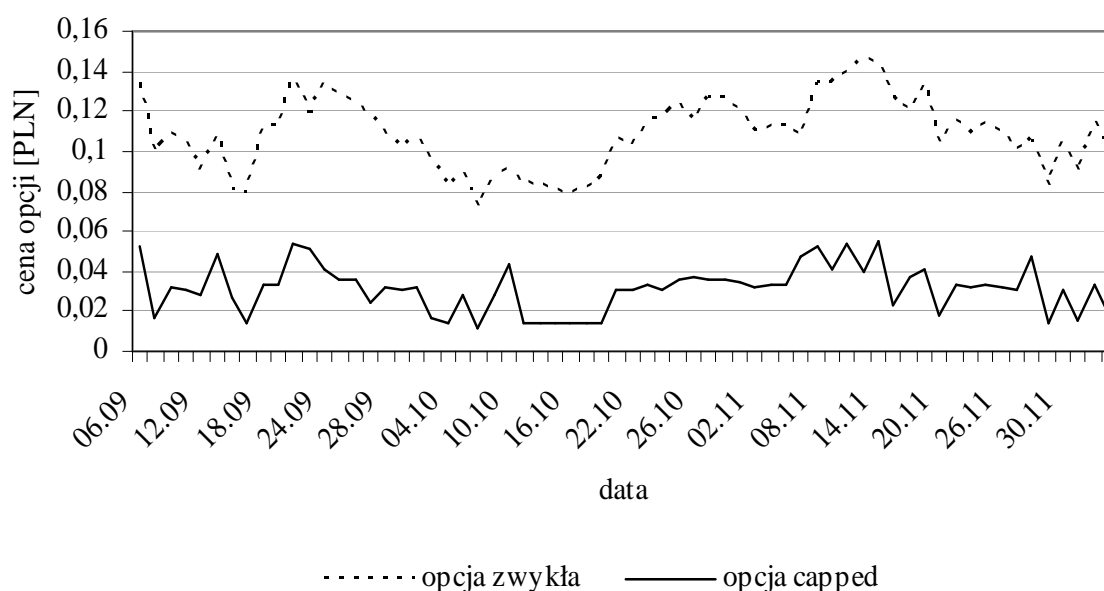
$q$  — stopa dywidendy, pozostałe oznaczenia są takie same jak we wzorze 1.

Oprócz ceny wykonania, ceny instrumentu bazowego, stopy procentowej, czasu wygaśnięcia oraz zmienności ceny instrumentu bazo-

wego, dodatkowym czynnikiem wpływającym na cenę opcji capped jest wyznaczony pułap  $H$ .

Rozważania dotyczą kształtowania się ceny opcji capped oraz zwykłej opcji kupna. Na rysunku 1 przedstawiono kształtowanie się ceny zwykłej opcji kupna oraz opcji capped. Symulacja przeprowadzona jest dla opcji walutowych wystawionych na EUR/PLN i dotyczy okresu 06.09.2012–05.12.2012 roku. Termin wygaśnięcia opcji wynosi 6 miesięcy. Cena wykonania opcji wynosi 4,13 złote. W przypadku opcji capped górny poziom wynosi 4,20 złote. Rozpatrywane opcje były *w-cenie* w okresach: 6.09.2012, 20.09.2012–27.09.2012, 24.10.2012–31.10.2012, 08.11.2012–20.11.2012<sup>1</sup>. W pozostałym rozpatrywanym okresie analizowane opcje były typu *nie-w-cenie*.

**Rysunek 1. Kształtowanie się ceny opcji capped oraz zwykłej opcji kupna**



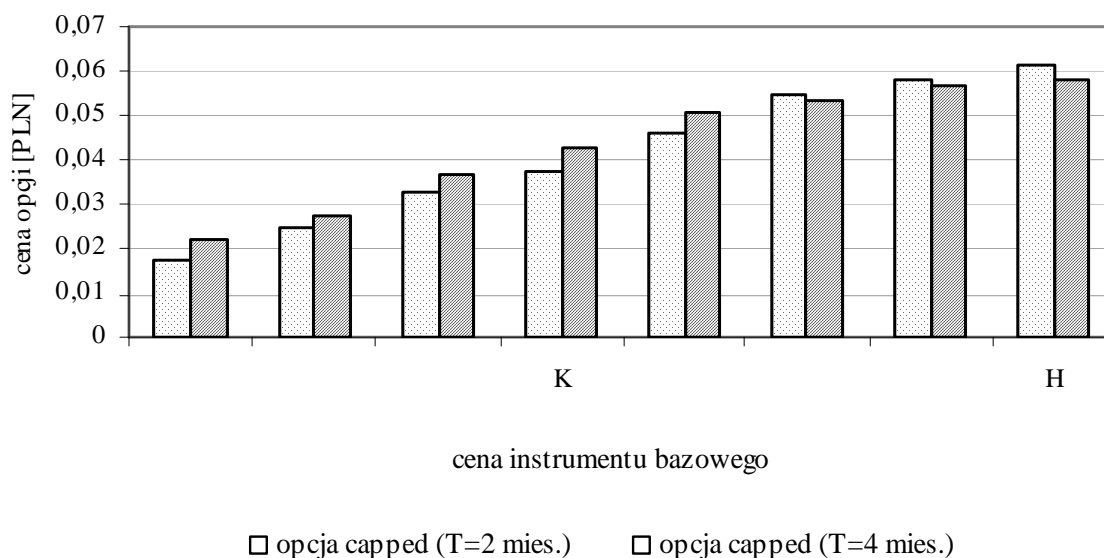
Źródło: Opracowanie własne.

Na rysunku 2 przedstawiono wpływ ceny instrumentu bazowego oraz terminu wygaśnięcia na kształtowanie się ceny opcji capped. Rozpatrywane są opcje z terminem wygaśnięcia 2 miesiące (ozn. opcja capped ( $T = 2$  mies.)) oraz 4 miesiące (ozn. opcja capped ( $T = 4$  mies.)). Z kolei rysunek 3 jest ilustracją wpływu wyznaczonego górnego poziomu na cenę opcji capped. Górny poziom jednej z analizowanych opcji

<sup>1</sup> Jeśli cena instrumentu bazowego jest większa/mniejsza od ceny wykonania, to opcja kupna jest typu *w-cenie/nie-w-cenie*. W przypadku, kiedy cena instrumentu bazowego równa się cenie wykonania, to opcja jest typu *po-cenie* [Dziawgo, 2010, s. 26].

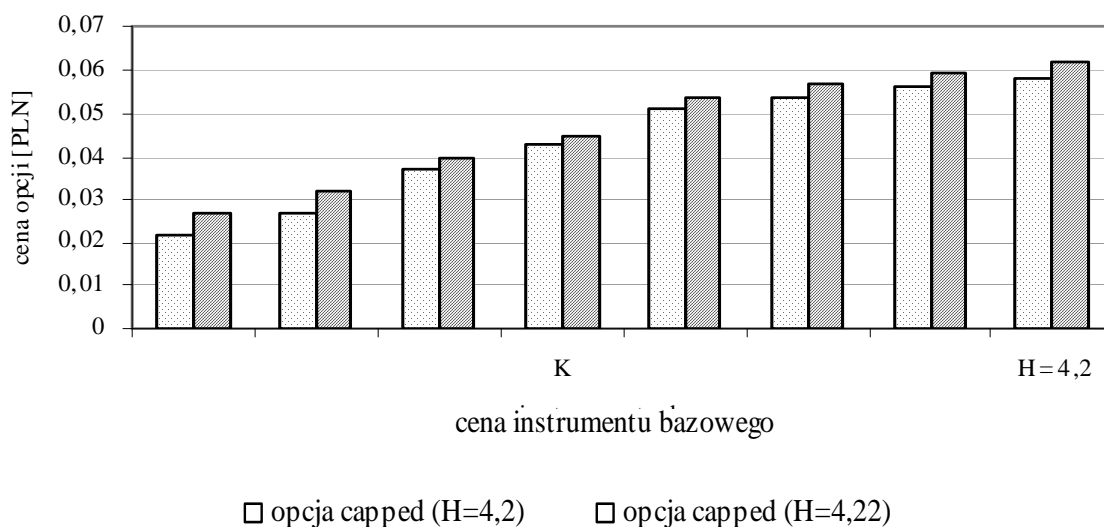
wynosi 4,20 złote (ozn. opcja capped ( $H_1 = 4,2$ )), a drugiej równy jest 4,22 złote (ozn. opcja capped ( $H_2 = 4,22$ )).

**Rysunek 2. Wpływ ceny instrumentu bazowego oraz czasu wygaśnięcia na kształtowanie się ceny opcji capped**



Źródło: Opracowanie własne.

**Rysunek 3. Wpływ wyznaczonego górnego poziomu na kształtowanie się ceny opcji capped**



Źródło: Opracowanie własne.

Z analizy kształtowania się cen przedstawionych na rysunkach 1–3 wynikają następujące własności ceny opcji capped:

- zwykła opcja jest droższa od opcji capped;
- wzrost/spadek ceny instrumentu bazowego wpływa na wzrost/spadek ceny zarówno zwykłej opcji kupna jak i opcji capped;

- wzrost wartości górnego poziomu powoduje wzrost ceny opcji capped. Wynika stąd, że im większa jest wartość górnego poziomu, tym mniejsza jest różnica między wartością zwykłej opcji kupna i opcji capped;
- opcje capped typu *nie-w-cenie* oraz *po-cenie* charakteryzujące się krótszym terminem wygaśnięcia są tańsze od opcji z dłuższym terminem wygaśnięcia;
- w przypadku, kiedy opcja capped jest typu *w-cenie*, a cena instrumentu bazowego zbliża się do ceny wykonania, to krótszy termin wygaśnięcia wpływa na spadek ceny opcji;
- jeśli opcja capped jest typu *w-cenie*, a cena instrumentu bazowego zbliża się do górnego poziomu  $H$ , to opcja z krótszym terminem wygaśnięcia jest droższa od opcji capped charakteryzującej się dłuższym terminem wygaśnięcia.

## 2. Wpływ wybranych czynników na kształtowanie się wartości miar wrażliwości opcji capped

W analizie ryzyka opcji istotne znaczenie ma rozpatrywanie wartości greckich współczynników, które są miarami wrażliwości ceny opcji [Jajuga, 2007, s. 112]. Do miar wrażliwości ceny opcji należą: współczynnik delta, gamma, theta, vega, rho [Dziawgo, 2010, s. 125]. W niniejszym rozdziale przedstawiono wpływ ceny instrumentu bazowego oraz czasu wygaśnięcia na kształtowanie się wartości miar wrażliwości ceny opcji capped.

### 2.1. Współczynnik delta

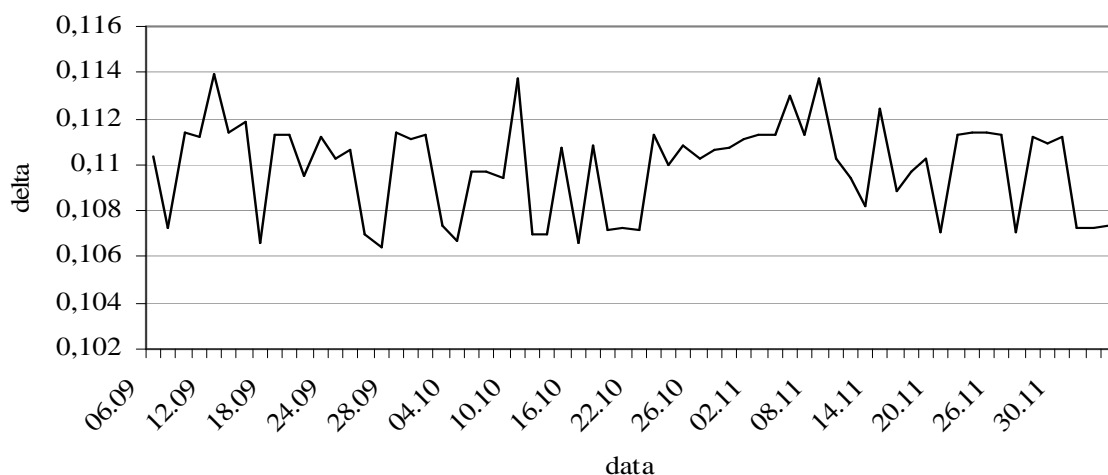
Współczynnik delta określa, o ile zmieni się cena opcji, gdy cena instrumentu bazowego zmieni się o jednostkę. Na rysunku 4 przedstawiono kształtowanie się wartości współczynnika delta analizowanej na rysunkach 1–3 opcji capped. Z kolei rysunek 5 jest ilustracją wpływu ceny instrumentu bazowego oraz czasu wygaśnięcia na kształtowanie się wartości współczynnika delta opcji capped.

Z analizy kształtowania się wartości współczynnika delta wynikają następujące własności:

- wartości współczynnika delta opcji capped są dodatnie, co oznacza, że wzrost/spadek ceny instrumentu bazowego wpływa na wzrost lub spadek ceny opcji;
- krótszy termin wygaśnięcia wpływa na wzrost wartości współczynnika delta. W związku z tym, cena opcji capped z krótszym termi-

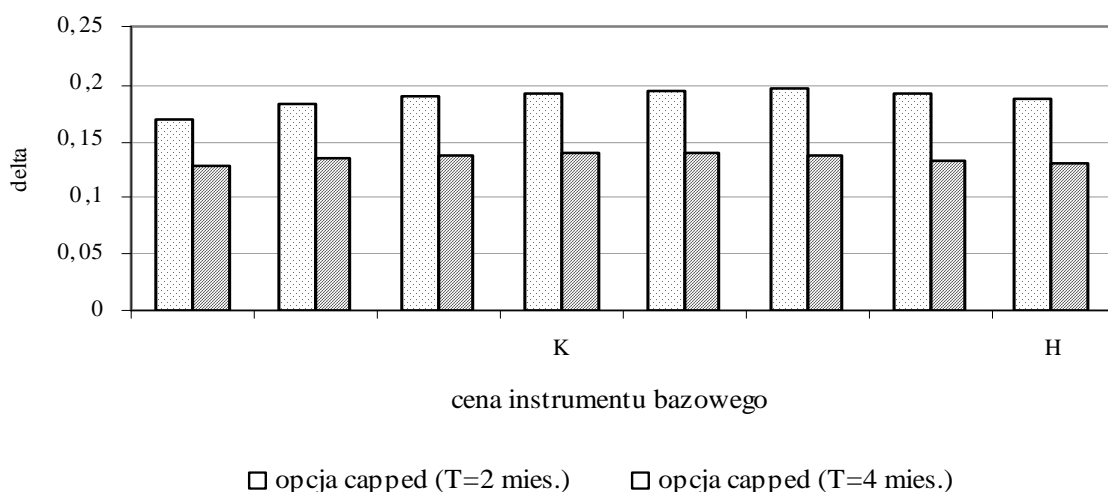
- nem wygaśnięcia charakteryzuje się większą wrażliwością na zmianę ceny instrumentu bazowego;
- jeśli opcja jest typu *nie-w-cenie*, to wzrost/spadek ceny instrumentu bazowego wpływa na wzrost/spadek wartości współczynnika delta opcji capped;
  - nieznaczny wzrost ceny instrumentu bazowego w stosunku do ceny wykonania powoduje wzrost wartości współczynnika delta;
  - jeśli cena instrumentu bazowego zbliża się do górnego poziomu  $H$ , to występuje spadek wartości współczynnika delta opcji capped. W tym przypadku cena opcji capped charakteryzuje się mniejszą wrażliwością na zmianę ceny instrumentu bazowego.

**Rysunek 4. Kształtowanie się wartości współczynnika delta opcji capped**



Źródło: Opracowanie własne.

**Rysunek 5. Wpływ ceny instrumentu bazowego oraz terminu wygaśnięcia na kształtowanie się wartości współczynnika delta opcji capped**

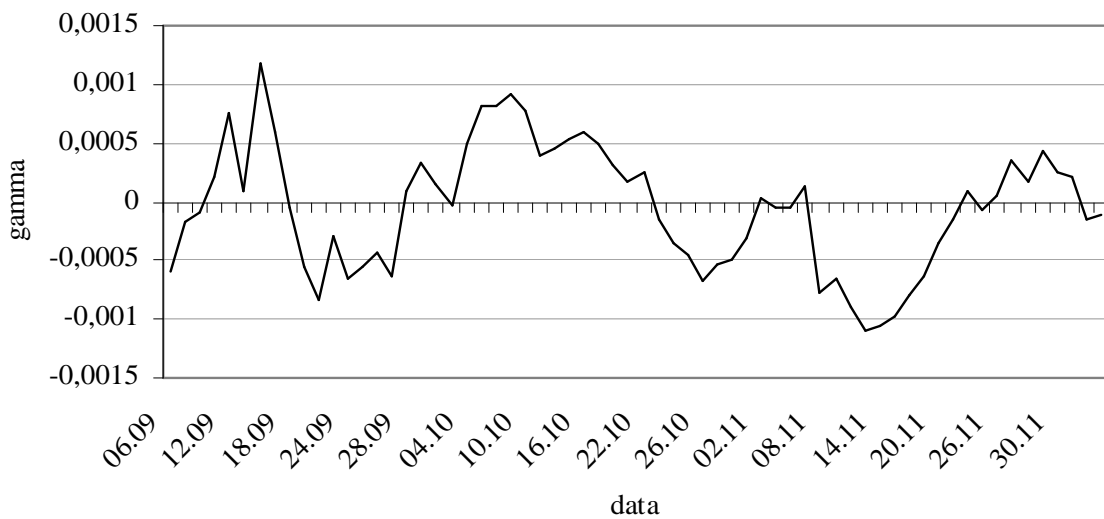


Źródło: Opracowanie własne.

## 2.2. Współczynnik gamma

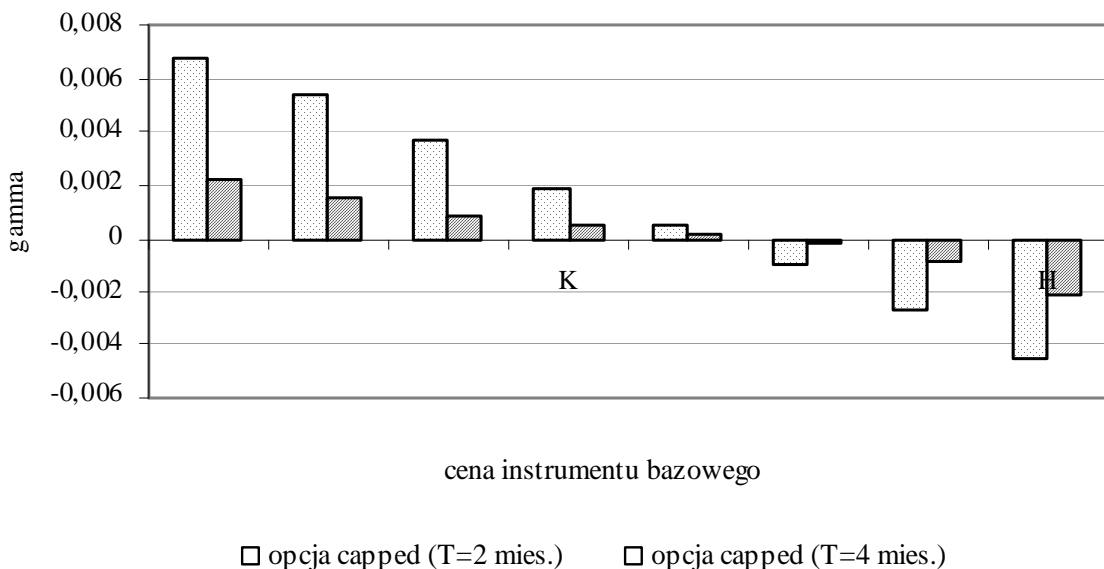
Współczynnik gamma określa, o ile zmieni wartość współczynnika delta, gdy cena instrumentu bazowego zmieni się o jednostkę. Na rysunku 6 przedstawiono kształtowanie się wartości współczynnika gamma rozpatrywanej opcji capped. Rysunek 7 jest ilustracją wpływu ceny instrumentu bazowego oraz czasu wygaśnięcia na kształtowanie się wartości współczynnika gamma opcji capped.

**Rysunek 6. Kształtowanie się wartości współczynnika gamma opcji capped**



Źródło: Opracowanie własne.

**Rysunek 7. Wpływ ceny instrumentu bazowego oraz terminu wygaśnięcia na kształtowanie się wartości współczynnika gamma opcji capped**



Źródło: Opracowanie własne.

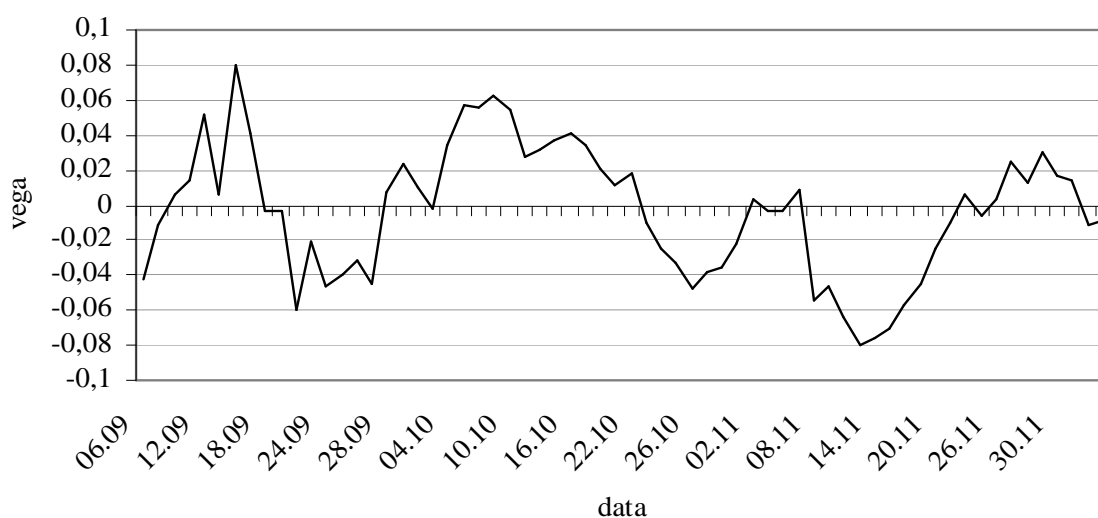
Z analizy kształtowania się wartości współczynnika gamma opcji capped wynikają następujące własności:

- wartości współczynnika gamma opcji capped ulegają znacznym wahanom i mogą być zarówno dodatnie, jak i ujemne;
- dodatnia wartość współczynnika gamma oznacza, że wzrost/spadek ceny instrumentu bazowego wpływa na wzrost/spadek wartości współczynnika delta. Jeśli opcja capped jest typu *nie-w-cenie*, *po-cenie* lub cena instrumentu bazowego jest nieznacznie większa od ceny wykonania, to występuje dodatnia wartość współczynnika gamma;
- ujemna wartość współczynnika gamma występuje w przypadku zbliżania się ceny instrumentu bazowego do wyznaczonego górnego poziomu  $H$ . Wówczas zmiana ceny instrumentu bazowego wpływa na spadek/wzrost wartości współczynnika delta opcji capped;
- opcja charakteryzująca się krótszym terminem wygaśnięcia odznacza się większą wartością bezwzględną współczynnika gamma.

### 2.3. Współczynnik vega

Współczynnik vega określa, o ile zmieni się cena opcji, gdy odchylenie standardowe zmieni się o jednostkę.<sup>2</sup> Na rysunku 8 przedstawiono kształtowanie się wartości współczynnika vega analizowanej opcji capped. Z kolei rysunek 9 ilustruje wpływ ceny instrumentu bazowego oraz czasu wygaśnięcia na kształtowanie się wartości współczynnika vega opcji capped.

Rysunek 8. Kształtowanie się wartości współczynnika vega opcji capped

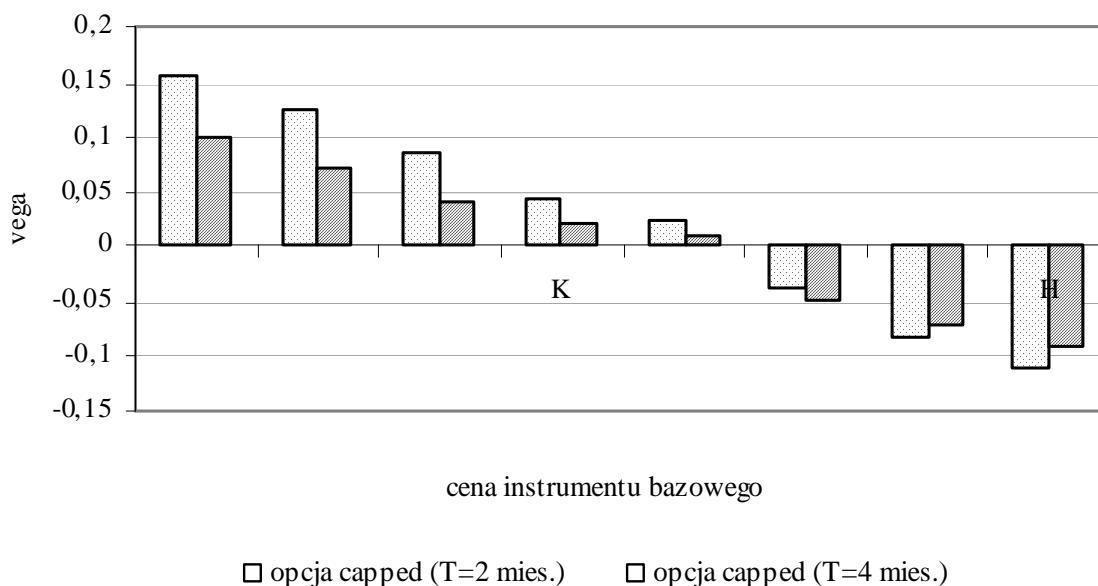


Źródło: Opracowanie własne.

<sup>2</sup> Odchylenie standardowe jest miarą zmienności ceny instrumentu bazowego.



**Rysunek 9. Wpływ ceny instrumentu bazowego oraz terminu wygaśnięcia na kształtowanie się wartości współczynnika vega opcji capped**



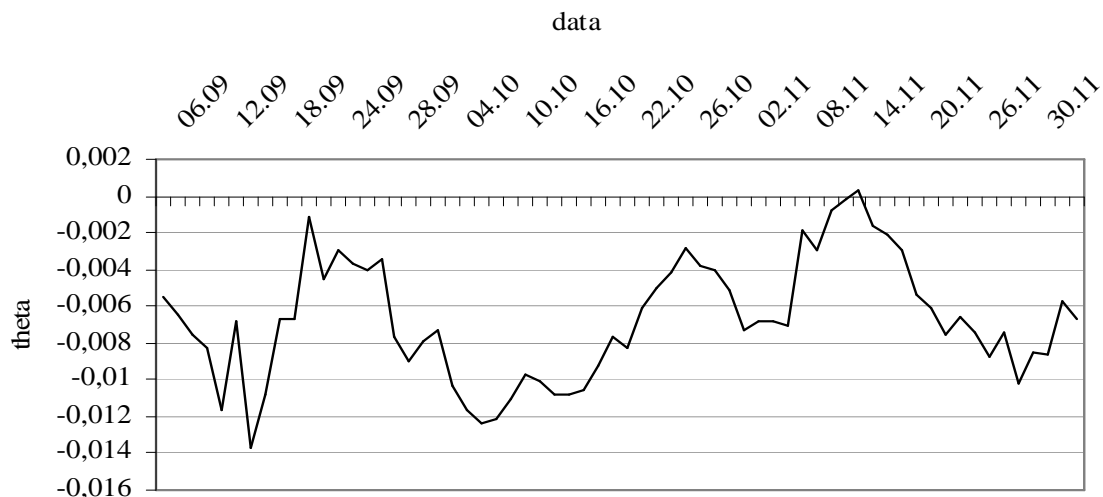
Źródło: Opracowanie własne.

Wartości współczynnika vega opcji capped ulegają znacznym wahaniom. Jeśli opcja capped jest typu *nie-w-cenie*, *po-cenie* lub cena instrumentu bazowego jest nieznacznie większa od ceny wykonania, to współczynnik vega przyjmuje wartości dodatnie. Wówczas wzrost/spadek zmienności ceny instrumentu bazowego wpływa na wzrost/spadek wartości ceny opcji. W przypadku zbliżania się ceny instrumentu bazowego do wyznaczonego górnego poziomu  $H$  występuje ujemna wartość współczynnika vega. W tej sytuacji wzrost/spadek zmienności ceny instrumentu bazowego przyczynia się do spadku/wzrostu ceny opcji capped. Opcja z krótszym terminem wygaśnięcia odznacza się większą wartością bezwzględną współczynnika vega.

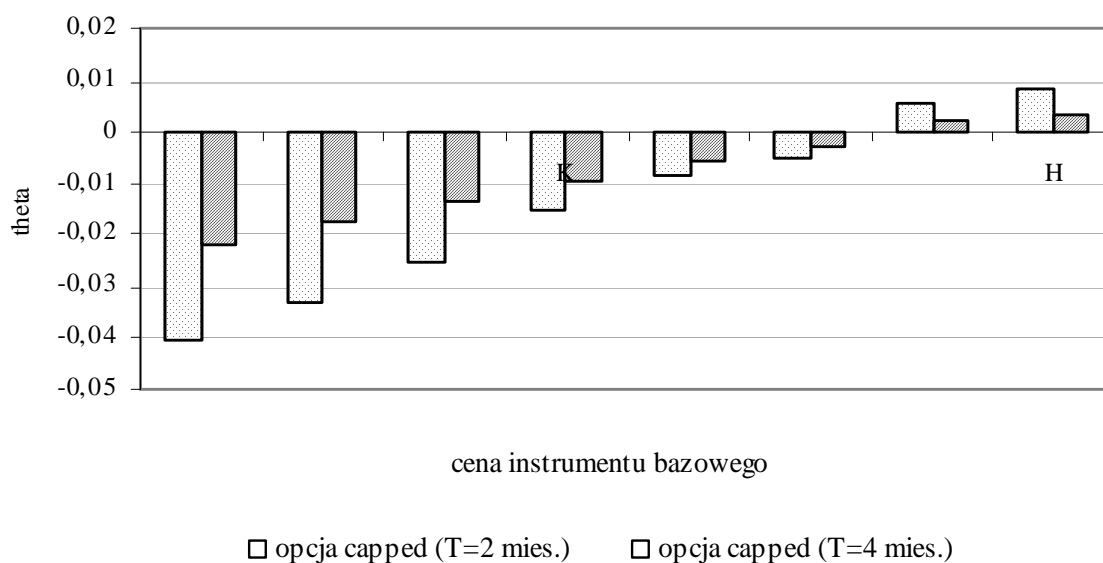
#### 2.4. Współczynnik theta

Współczynnik theta określa, o ile zmieni się cena opcji, gdy długość okresu do terminu wygaśnięcia spadnie o jednostkę. Na rysunku 10 przedstawiono kształtowanie się wartości współczynnika theta rozpatrywanej opcji capped. Z kolei na rysunku 11 przedstawiono wpływ ceny instrumentu bazowego oraz czasu wygaśnięcia na kształtowanie się wartości współczynnika theta opcji capped.

Wartości współczynnika theta opcji capped ulegają znacznym wahaniom. Ujemna wartość współczynnika theta oznacza, że zbliżanie się terminu wygaśnięcia wpływa na spadek ceny opcji.

**Rysunek 10. Kształtowanie się wartości współczynnika theta opcji capped**

Źródło: Opracowanie własne.

**Rysunek 11. Wpływ ceny instrumentu bazowego oraz terminu wygaśnięcia na kształtowanie się wartości współczynnika theta opcji capped**

Źródło: Opracowanie własne.

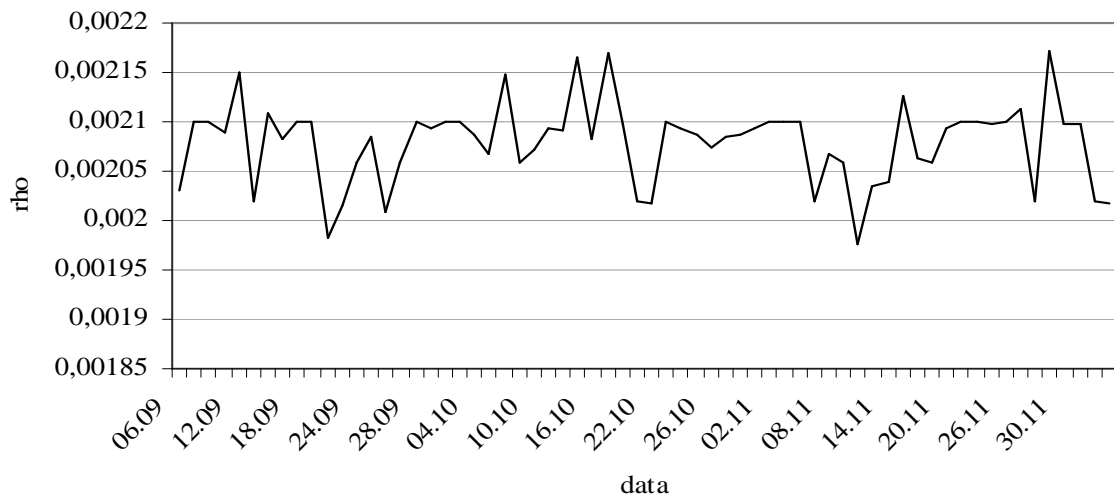
Jeśli opcja capped jest typu *nie-w-cenie*, *po-cenie* lub cena instrumentu bazowego jest nieznacznie większa od ceny wykonania, to występuje ujemna wartość współczynnika theta. W przypadku zbliżania się ceny instrumentu bazowego do wyznaczonego górnego poziomu  $H$  współczynnik theta przyjmuje wartości dodatnie. W tej sytuacji opcja z krótszym terminem wygaśnięcia jest droższa od opcji capped opcji z dłuższym terminem wygaśnięcia. Wartość bezwzględna współczynnika theta opcji z krótszym terminem wygaśnięcia jest większa od wartości bezwzględnej opcji capped z dłuższym terminem wygaśnięcia.

W związku z tym, cena opcji capped z krótszym terminem wygaśnięcia charakteryzuje się większą wrażliwością na zmniejszanie się okresu do terminu wygaśnięcia.

## 2.5. Współczynnik rho

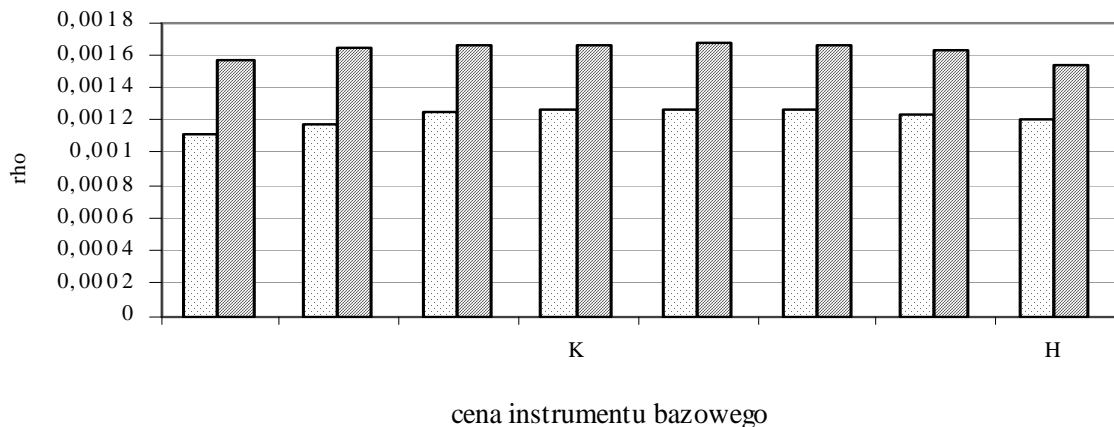
Współczynnik rho określa, o ile zmieni się cena opcji, gdy stopa procentowa aktywów wolnych od ryzyka zmieni się o jednostkę. Na rysunku 12 przedstawiono kształtowanie się wartości współczynnika rho analizowanej opcji capped. Rysunek 13 ilustruje wpływ ceny instrumentu bazowego oraz czasu wygaśnięcia na kształtowanie się wartości współczynnika rho opcji capped.

**Rysunek 12. Kształtowanie się wartości współczynnika rho opcji capped**



Źródło: Opracowanie własne.

**Rysunek 13. Wpływ ceny instrumentu bazowego oraz terminu wygaśnięcia na kształtowanie się wartości współczynnika rho opcji capped**



□ opcja capped (T=2 mies.)    □ opcja capped (T=4 mies.)

Źródło: Opracowanie własne.

Wartości współczynnika rho opcji capped są dodatnie, co oznacza, że wzrost/spadek stopy procentowej wpływa na wzrost/spadek ceny opcji. Jeśli opcja jest typu *nie-w-cenie* to wzrost/spadek ceny instrumentu bazowego wpływa na wzrost/spadek wartości współczynnika rho opcji capped. Nieznaczny wzrost ceny instrumentu bazowego w stosunku do ceny wykonania wpływa na wzrost wartości współczynnika rho. Jeśli cena instrumentu bazowego zbliża się do górnego poziomu  $H$ , to zaznacza się spadek wartości współczynnika rho opcji capped. Wówczas cena opcji odznacza się mniejszą wrażliwością na wahania stopy procentowej. Wartości współczynnika rho opcji capped z krótszym terminem wygaśnięcia są mniejsze od wartości współczynnika rho opcji z dłuższym terminem wygaśnięcia. W związku z tym cena opcji capped z krótszym terminem wygaśnięcia charakteryzuje się mniejszą wrażliwością na zmianę stopy procentowej.

### Zakończenie

Opcja capped przez uwzględnienie w funkcji wypłaty górnego poziomu pozwala ograniczyć ryzyko wystawcy opcji. Maksymalna strata, którą wystawca może ponieść w wyniku niespełnienia się przewidywanych przez niego zmian ceny instrumentu bazowego, ograniczona jest do wysokości górnego pułapu  $H$ .

Opcja capped jest tańsza od zwykłej opcji. Przez wybór odpowiedniej wysokości górnego poziomu  $H$  można kształtować cenę tej opcji. W przypadku, kiedy spodziewany jest niewielki wzrost ceny instrumentu bazowego wybór opcji capped z odpowiednim górnym poziomem umożliwia ograniczenie kosztów transakcji zabezpieczających.

Czas wygaśnięcia jest czynnikiem, który w istotny sposób wpływa zarówno na cenę opcji capped, jak i na wrażliwość ceny tej opcji na czynniki ryzyka. Cena opcji capped z krótszym terminem wygaśnięcia odznacza się większą wrażliwością na zmianę ceny instrumentu bazowego, wahania zmienności ceny instrumentu bazowego, zmniejszanie się okresu do terminu wygaśnięcia. Natomiast krótszy termin wygaśnięcia wpływa na mniejszą wrażliwość ceny opcji capped na wahania stopy procentowej. Wartości greckich współczynników opcji capped ulegają znacznym wahaniom, co przyczynia się do wzrostu znaczenia tej opcji jako instrumentu transakcji spekulacyjnych.

## Literatura

1. Dziawgo E. (2010), *Wprowadzenie do strategii opcyjnych*, Wydawnictwo Naukowe UMK, Toruń.
2. Hull J.C. (2002), *Options, Futures and Other Derivatives*, Prentice Hall International Inc., Englewood Cliffs, NJ.
3. Jajuga K. (2007), *Zarządzanie ryzykiem*, WN PWN, Warszawa.
4. Tarczyński W. (2003), *Instrumenty pochodne na rynku kapitałowym*, PWE, Warszawa.
5. Zhang P.G. (2001), *Exotic Options. A Guide to Second Generation Options*, World Scientific, Singapore.

## Streszczenie

W artykule przedstawiono wpływ wybranych czynników na kształtowanie się ceny oraz wartości greckich współczynników opcji capped. Ilustracja empiryczna zawarta w artykule przedstawiona jest na podstawie symulacji wyceny opcji walutowych wystawionych na EUR/PLN.

## Słowa kluczowe

instrumenty pochodne, opcje, opcja capped

## Measures of Risks in Analysis of Capped Options (Summary)

The article presents the influence of selected factors on the pricing and Greek coefficients of capped options. The empirical illustration included in the article are concerned with the pricing simulations of the currency options on EUR/PLN.

## Keywords

derivatives, option, capped option

